



19 января 2025
МГУ, ВМиК

Математическая теория телетрафика и ее применения к анализу производительности сетей телекоммуникаций

САМУЙЛОВ КОНСТАНТИН ЕВГЕНЬЕВИЧ
ДИРЕКТОР ИНСТИТУТА КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ РУДН

СОДЕРЖАНИЕ

О математической теории телетрафика

Обзор литературы

Анализ производительности систем и сетей телекоммуникаций

- Расчет маршрутизации сети сигнализации по общему каналу
- Модель разделения буферной памяти
- Модель ретранслятора спутниковой связи
- Модель сети мультивещания
- Модель «тройной услуги»
- Особенности моделирования сетей 2030
- Сценарий 1. Сбой связи в терагерцевой сети при микромобильности и блокировках
 - Базовая модель ресурсной СМО
 - Базовая модель взаимодействия беспроводных устройств
- Сценарий 2. Модель множественного доступа для Индустриального интернета вещей
- Сценарий 3. Приоритизация услуг в сетях 2030
- Текущие проекты

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ТЕЛЕТРАФИКА (1)

Теория телетрафика – инженерная дисциплина, предметом которой являются процессы обслуживания системами распределения информации потоков сообщений и их численные характеристики. *Объектом исследований* являются системы и сети телекоммуникаций. *Математические методы* – теория массового обслуживания, статистика. Методы ТТ позволяют рассчитывать характеристики QoS, управлять параметрами QoS реальных сетей и измерять их с целью проектирования сетей.

Математическая теория телетрафика – прикладная математическая дисциплина, предметом которой являются математические модели и методы анализа производительности систем и сетей телекоммуникаций. Основным *объектом исследований* являются СМО и СеМО. Математические методы - марковские процессы и цепи Маркова, процессы восстановления, матрично-аналитические методы решения систем уравнений равновесия (СУР). Методы МТТ позволяют рассчитывать вероятностно-временные характеристики (VBX) моделей с целью оценки характеристик QoS сетей телекоммуникаций.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ТЕЛЕТРАФИКА (2)

МОДЕЛИ И МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ТЕЛЕТРАФИКА (РУДН 1962-2025 ГГ.)

- СМО ограниченной емкости (буферная память)
- Многофазные системы обслуживания (производственная линия)
- Метод эквивалентных замен (многоступенчатые коммутационные схемы)
- СМО сложной структуры (разделение буферной памяти, модели Камюна-Клейнрока)
- Решение СУР в виде матрично-геометрической прогрессии (СМО типа М/Е/1, Е/Е/1)
- СМО типа РН/РН/1 (матрично-аналитические решения СУР)
- Экспоненциальные СеМО (рекуррентные методы расчета характеристик)
- Неэкспоненциальные СеМО с распределениями по двум начальными моментам (метод Геленбе и метод РУДН)
- Методы анализа и расчета сетей сигнализации ОКС7 по общему каналу (расчет маршрутных таблиц сети Ростелекома и МГТС)
- Мультисервисные сети с потерями (сети Келли, сети РУДН с одноадресными и многоадресными соединениями)
- Мультисервисная модель с одноадресным, многоадресным и эластичным трафиком (модель "тройной услуги")
- СМО с гистерезисной моделью управления входящим потоком, групповое обслуживание (модель SIP сервера)
- Ресурсные системы массового обслуживания и матрично-геометрические методы анализа (сети LTE и сети 5G)
- СМО с ненадежным прибором (соглашение об уровне обслуживания SLA использования нелицензионного спектра LSA)
- Модели сетей межмашинного взаимодействия и сетей со сверхмалой задержкой (услуги mMTC и URLLC в 5G/6G)
- Модели систем множественного доступа (индустриальный интернет вещей, терагерцевые сети, DECT-2020)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ТЕЛЕТРАФИКА (3)

КЛАССИФИКАЦИЯ БАШАРИНА-КЕНДАЛЛА

$M \mid M \mid v \mid r,$

$FIFO$

$A \mid B \mid \bullet \mid \bullet \mid f_i^j$

↑
дисциплина выбора заявок из очереди:
FIFO – First In First Out,
LIFO – Last In First Out,
RANDOM,
SRPT – Shortest Remaining Processing Time

↑
число мест в очереди, $0 \leq r \leq \infty$

↑
число приборов, $1 \leq v \leq \infty$

↑
время обслуживания: M, E, H, D, G и др.

↑
входящий поток: M - Markov, E – Эрланг, H – гиперэкспонента, D – детерминанта, G - General

КНИГИ, ОБЗОРЫ, УЧЕБНИКИ РУДН 1968-2025 гг. (1)

1968 Башарин Г.П., Харкевич А.Д., Шнепс М.А. Массовое обслуживание в телефонии. – М.: Наука

1975 Рыков В.В. Управляемые системы массового обслуживания. – Итоги науки и техники. Серия «Теория вероятностей»

1980 Башарин Г.П., Наумов В.А., Кокотушкин В.А. Метод эквивалентных замен в теории телетрафика. – Итоги науки и техники. Серия «Техническая кибернетика»

1983 Башарин Г.П., Толмачев А.Л. Теория сетей массового обслуживания и ее приложения к анализу информационно-вычислительных систем. – Итоги науки и техники. Серия «Теория вероятностей»

1983 Башарин Г.П., Богуславский Л.Б., К.Е. Самуйлов О методах расчета пропускной способности сетей связи ЭВМ. – Итоги науки и техники. Серия «Электросвязь»

1984 *Самуйлов К.Е. Системы массового обслуживания ограниченной емкости и их приложения к анализу информационно-вычислительных систем. – Автореферат, к.ф.-м.н., 01.01.05*

КНИГИ, ОБЗОРЫ, УЧЕБНИКИ РУДН 1968-2025 гг. (2)

1986 Башарин Г.П., Самуйлов К.Е. Методы анализа производительности систем сигнализации по общему каналу. – Итоги науки и техники. Серия «Электросвязь»

1989 Башарин Г.П., Бочаров П.П., Коган Я.А. Анализ очередей в вычислительных сетях: Теория и методы расчета. – М.: Наука

1990 Башарин Г.П. Введение в теорию вероятностей – Учебник М.: РУДН

1995 Бочаров П.П., Печинкин А.В. Теория массового обслуживания. – Учебник М.: РУДН

1997 Башарин Г.П. Начала финансовой математики. – М.: Инфра-М

2002 Самуйлов К.Е. Методы анализа и расчета сетей ОКС 7. – М.: Изд во РУДН

2005 Бочаров П.П., Печинкин А.В. Теория вероятностей. Математическая статистика. – Учебник М.: ФИЗМАТЛИТ

2005 *Самуйлов К.Е. Методы анализа и расчета сетей сигнализации и мультисервисных сетей с одноадресными и многоадресными соединениями. – Автореферат. д.т.н., 05.12.13*

2007 Наумов В.А., Самуйлов К.Е., Яркина Н.В. Теория телетрафика мультисервисных сетей. – М.: РУДН

2009 Башарин Г.П. Лекции по математической теории телетрафика. – М.: РУДН

КНИГИ, ОБЗОРЫ, УЧЕБНИКИ РУДН 1968-2025 гг. (3)

2015 Наумов В.А., Самуйлов К.Е., Гайдамака Ю.В. Мультипликативные решения конечных цепей Маркова. – М.: РУДН

2018 Печинкин А.В., Разумчик Р.В. Системы массового обслуживания в дискретном времени. – М.: Физматлит

2022 Naumov V., Gaidamaka Yu., Yarkina N., Samouylov K. Matrix and analytical methods for performance analysis of telecommunication systems. – Springer

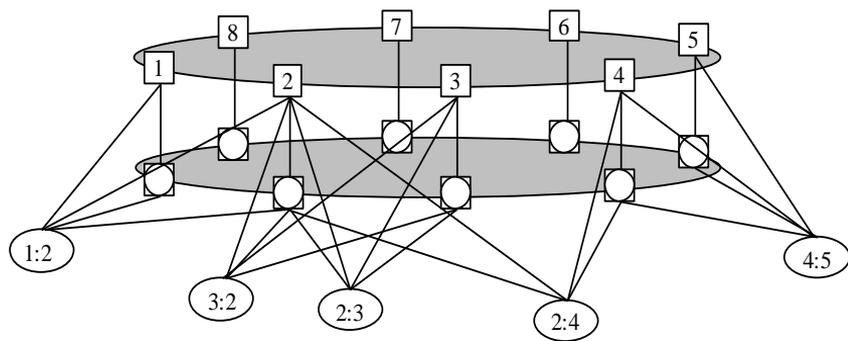
2022 Молчанов Д.А., Бегишев В.О., Самуйлов К.Е., Кучерявый Е.А. Сети 5G/6G: архитектура, технологии, методы анализа и расчета. – М.: РУДН

2023 Самуйлов К.Е., Шалимов И.А., Кулябов Д.С. Сети и телекоммуникации. Учебник. – М.: Юрайт

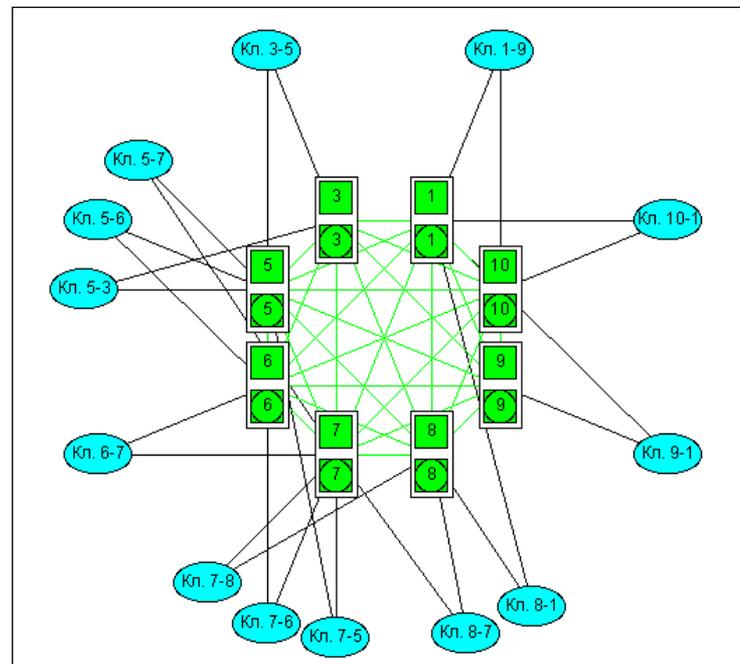
2025 Молчанов Д.А., Бегишев В.О., Сопин Э.С., Самуйлов А.К., Гайдамака Ю.В. Модели для анализа производительности беспроводных сетей 5G/6G. Учебник. – М.: РУДН (в печати)

2025 Кочеткова И.А., Самуйлов К.Е. Мультисервисные системы с приоритетным обслуживанием трафика. – М.: Техносфера (в печати)

РАСЧЕТ МАРШРУТНЫХ ТАБЛИЦ МЕЖДУГОРОДНОЙ СЕТИ ОКС7 РФ



$X:Y$ кластер SP для которых пара X «своя», а пара Y - «смежная»

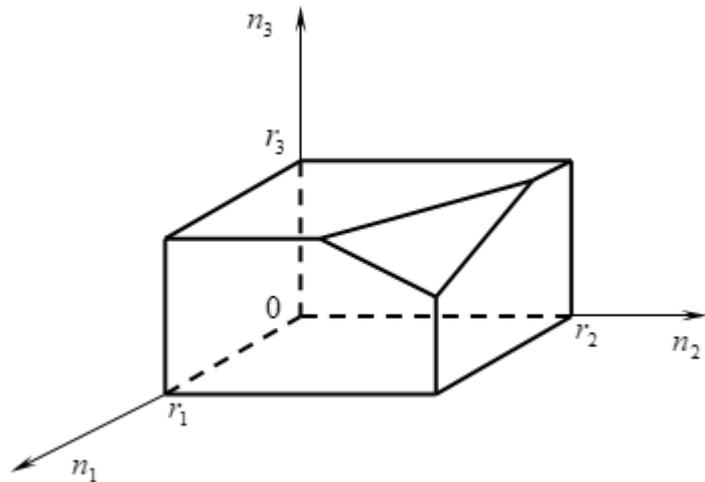
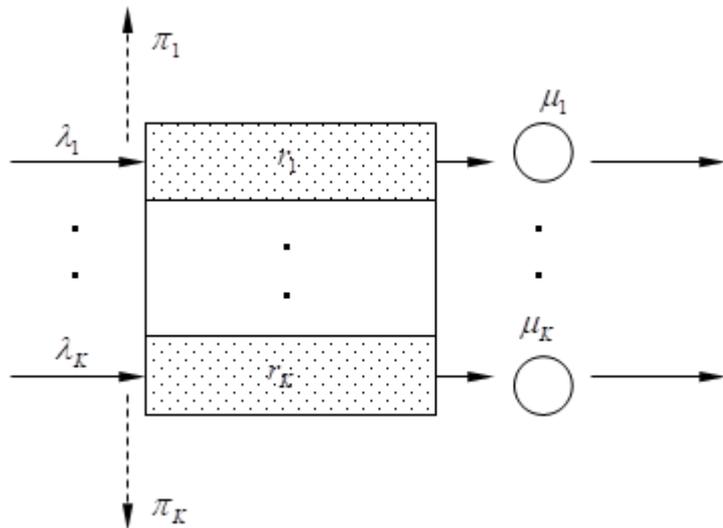


ДВУХУРОВНЕВАЯ СТРУКТУРА СЕТИ ОКС7 С КЛАСТЕРАМИ И ПАРАМИ SP – SP/STP

СТРУКТУРА МЕЖДУГОРОДНОЙ СЕТИ ОКС7 РФ НА 2005 ГОД

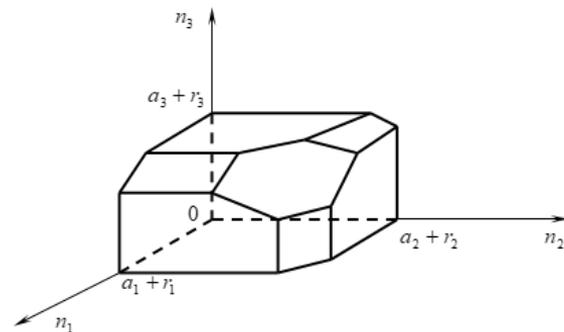
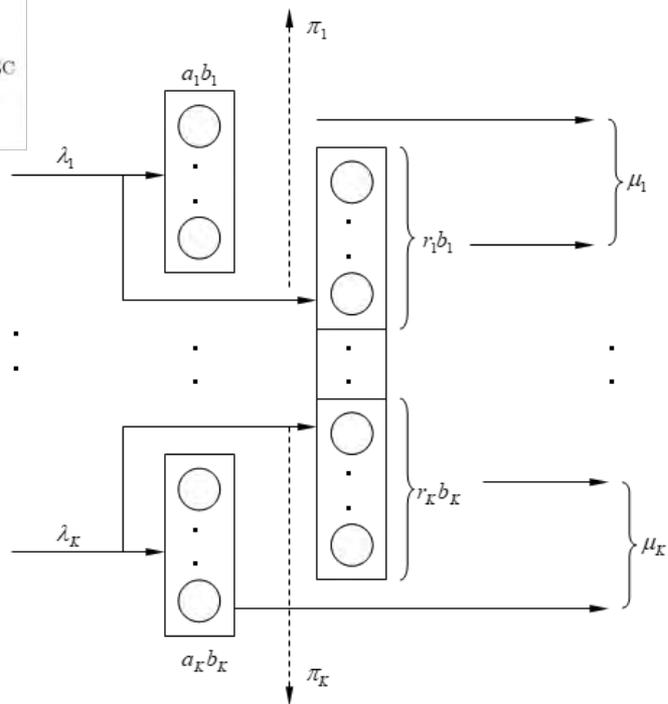
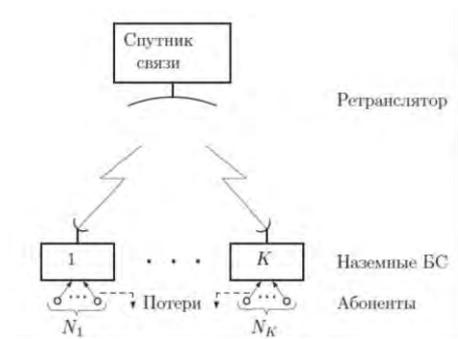
МОДЕЛЬ РАЗДЕЛЕНИЯ БУФЕРНОЙ ПАМЯТИ

СМО СЛОЖНОЙ СТРУКТУРЫ, МОДЕЛИ КАМЮНА-КЛЕЙНРОКА



$$D_3^1 = \left\{ \vec{n} = (n_1, n_2, \dots, n_K) : 0 \leq n_k \leq r_k, k = \overline{1, K}, \sum_{k=1}^K n_k \leq c \right\}$$

МОДЕЛЬ РЕТРАНСЛЯТОРА СПУТНИКОВОЙ СВЯЗИ



$$D_3^2 = \left\{ \vec{n} : 0 \leq \vec{n} \leq \vec{a} + \vec{r}, \sum_{k=1}^K b_k (n_k - a_k)^+ \leq c - \sum_{k=1}^K a_k b_k \right\}$$

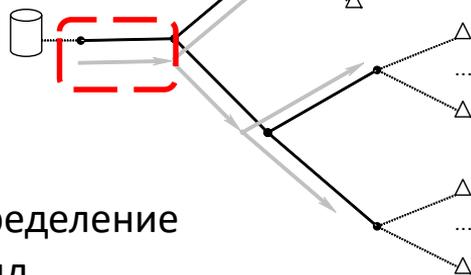
$$p(\vec{n}) = G^{-1} (D_3^2) \prod_{k=1}^K \frac{\rho_k^{n_k}}{n_k!}$$

МОДЕЛЬ СЕТИ МУЛЬТИВЕЩАНИЯ

одноадресная маршрутизация



многоадресная маршрутизация

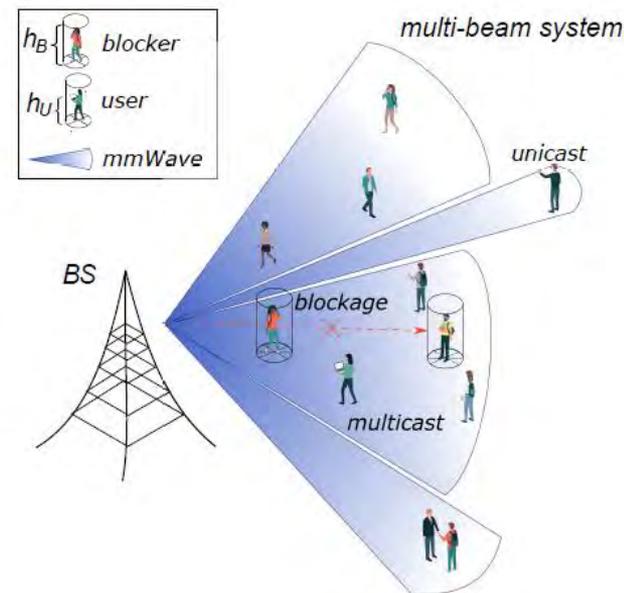


Теорема. Стационарное распределение имеет мультипликативный вид

$$\pi(\mathbf{x}) = \pi(\mathbf{0}) \prod_{s \in S} \prod_{p \in P_s} \prod_{m \in M_s} \rho_{mps}^{x_{mps}}, \quad \mathbf{x} \in X,$$

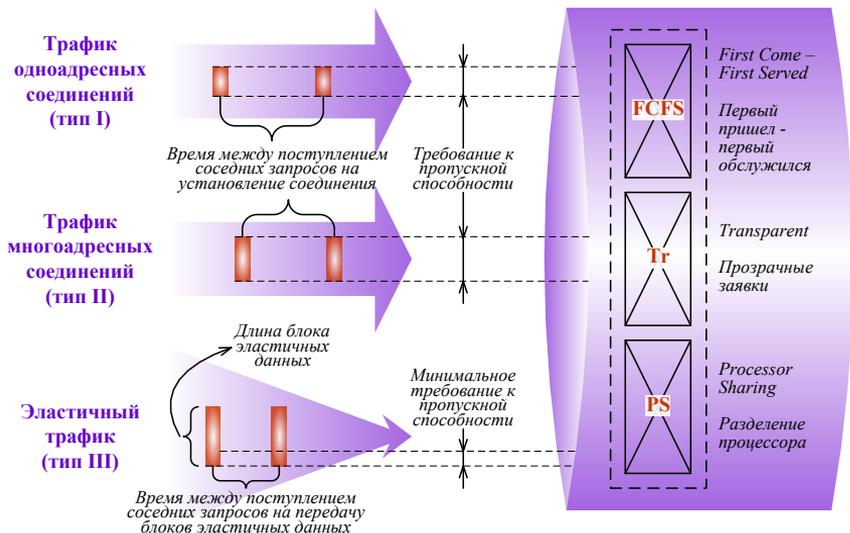
$$\pi^{-1}(\mathbf{0}) = \sum_{\mathbf{x} \in X} \prod_{s \in S} \prod_{p \in P_s} \prod_{m \in M_s} \rho_{mps}^{x_{mps}}.$$

СИСТЕМНАЯ МОДЕЛЬ МУЛЬТИВЕЩАНИЯ В СЕТИ 5G

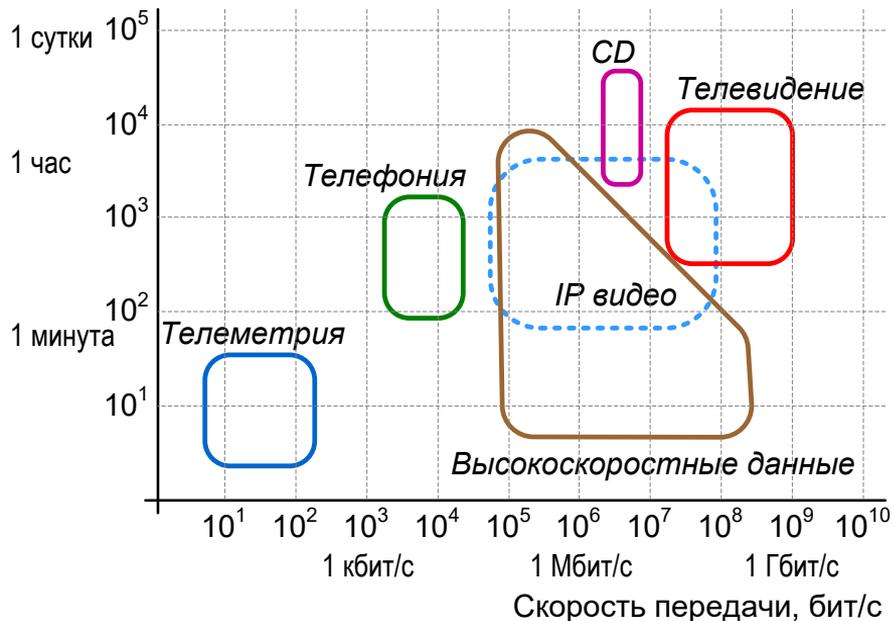


Модель «Тройной услуги» (1)

«Тройная услуга» = «Одноадресный» + «Многоадресный» + «Эластичный» трафик



Продолжительность соединения, с

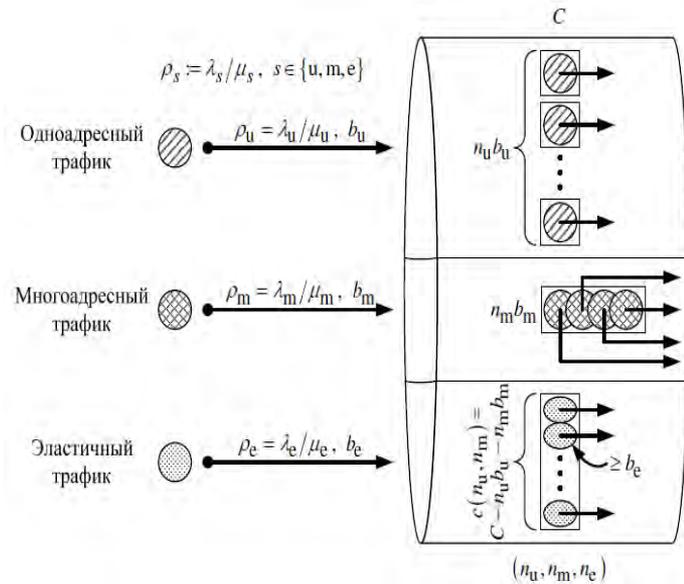


Модель «ТРОЙНОЙ УСЛУГИ» (2)

В случае одноадресного и многоадресного трафика стационарное распределение имеет мультипликативного вид, т.к. описывающий модель марковский процесс обратим.

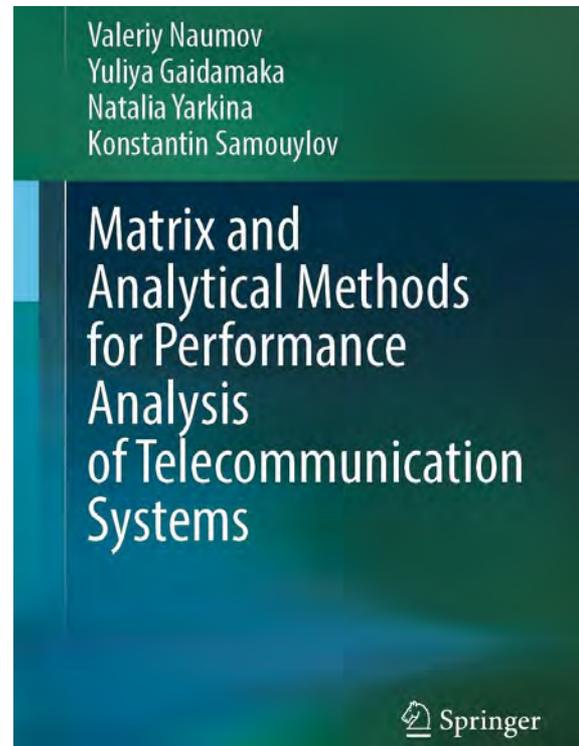
$$\begin{aligned} \pi(n_1^u, \dots, n_{K_u}^u, n_1^m, \dots, n_{K_m}^m) &= \\ &= G^{-1}(X) \cdot \prod_{k=1}^{K_u} \left(\frac{\lambda_k^u}{\mu_k^u} \right)^{n_k^u} \frac{1}{n_k^u!} \cdot \prod_{k=1}^{K_m} (\alpha_k^m)^{n_k^m}, \\ (n_1^u, \dots, n_{K_u}^u, n_1^m, \dots, n_{K_m}^m) &\in X, \end{aligned}$$

Вид распределения для модели с эластичным трафиком зависит способа разделения ресурса. Если ресурс делится поровну, то случайный процесс является обратимым. Например, для системы с минимальной скоростью передачи стационарное распределение мультипликативно.



$$\begin{aligned} \pi(n_1, \dots, n_K) &= G^{-1}(X) \cdot (n_1 + \dots + n_K)! \prod_{k=1}^K \left(\frac{\lambda_k}{V \mu_k} \right)^{n_k} \frac{1}{n_k!}, \\ (n_1, \dots, n_K) &\in X, \end{aligned}$$

МОДЕЛИРОВАНИЕ СЕТЕЙ 5G/6G

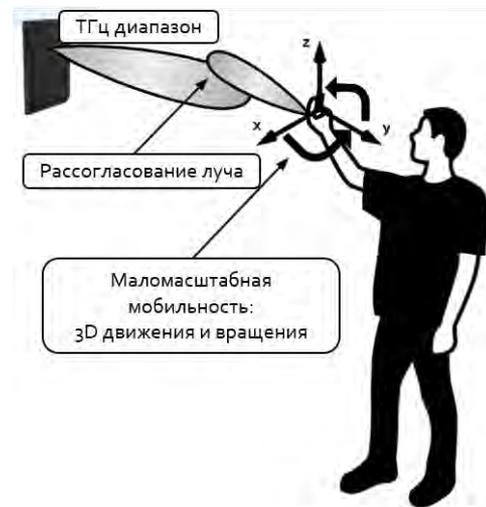
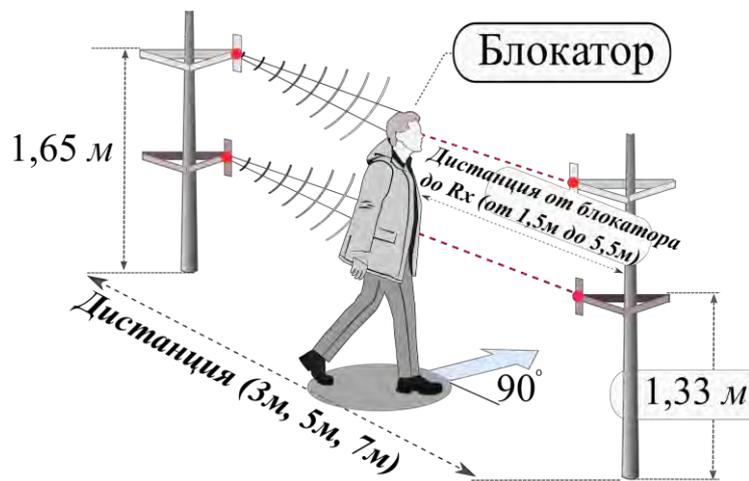


ОСОБЕННОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ СЕТЕЙ 2030 (5G/6G)

- Требования к ресурсам для поддержания QoS зависят от местоположения абонента
- Антенные решетки, работающие в режиме формирования луча, создающие чрезвычайно направленные диаграммы направленности с несколькими градусами ширины луча в направлении терминала пользователя
- Блокировка пути распространения (линии прямой видимости) крупными статическими объектами, такими как здания, а также небольшими подвижными объектами, такими как человеческие тела (макромобильность)
- Потеря синхронизации луча из-за быстрых мелкомасштабных поворотов и смещения терминала в руках / на головах пользователя (микромобильность)

ТЕРАГЕРЦЕВЫЕ СЕТИ 6G (300 ГГц до 3 ТГц): ПРОБЛЕМЫ

БЛОКИРОВКА ПРЯМОЙ ВИДИМОСТИ И МИКРОМОБИЛЬНОСТЬ



ТЕХНИЧЕСКИЕ ТРЕБОВАНИЯ К СЕТЯМ 5G

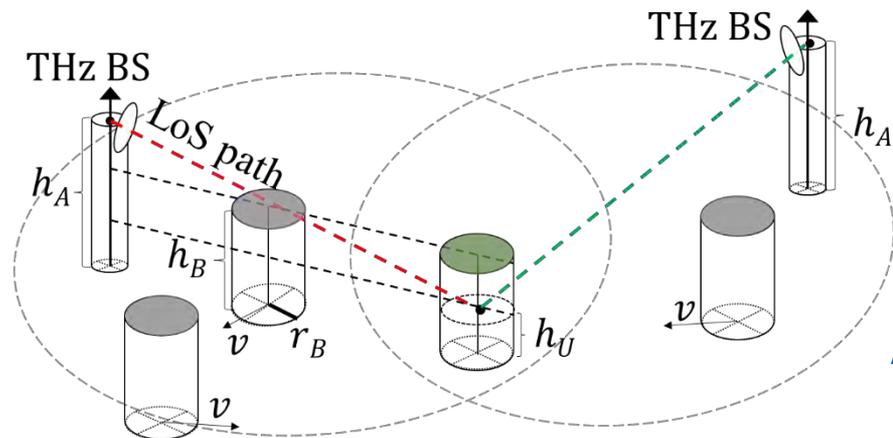


ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ СТЕК СЕТЕЙ 2030

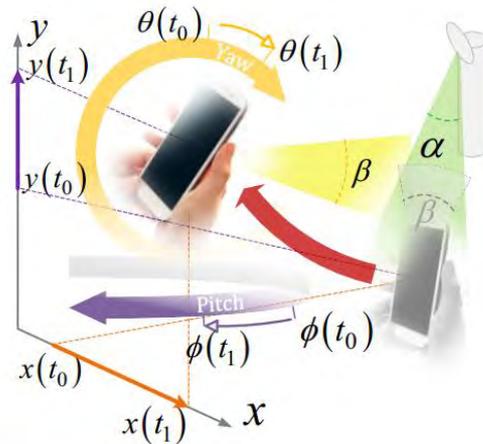


СЦЕНАРИЙ 1. СБОЙ СВЯЗИ В ТЕРАГЕРЦЕВОЙ СЕТИ ПРИ МИКРОМОБИЛЬНОСТИ И БЛОКИРОВКЕ ПРЯМОЙ ВИДИМОСТИ

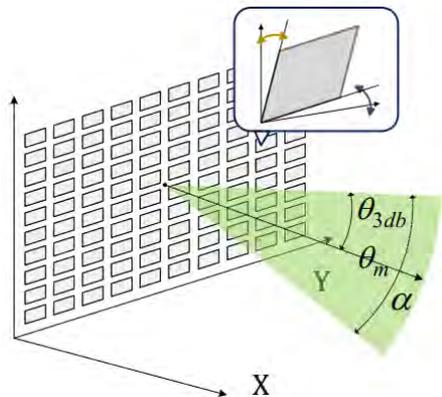
СИСТЕМНАЯ МОДЕЛЬ



МОДЕЛЬ МИКРОБИЛЬНОСТИ

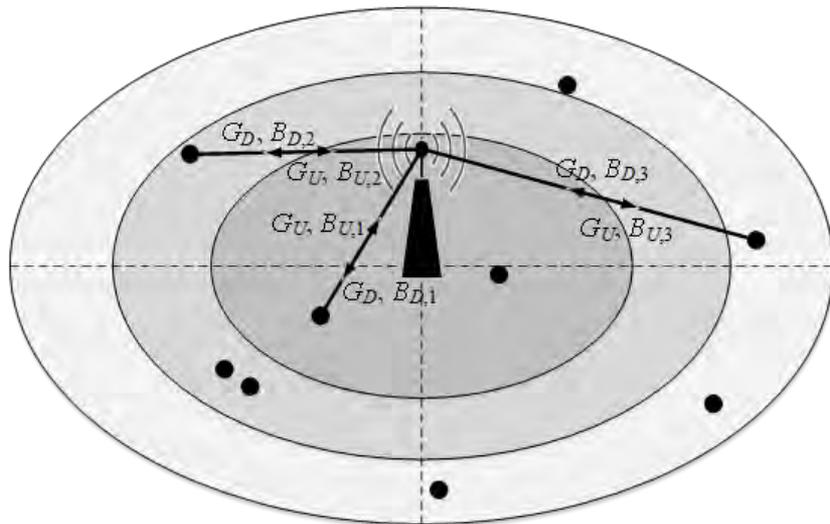


МОДЕЛЬ АНТЕННЫ



СЦЕНАРИЙ 1. БАЗОВАЯ МОДЕЛЬ РЕСУРСНОЙ СМО

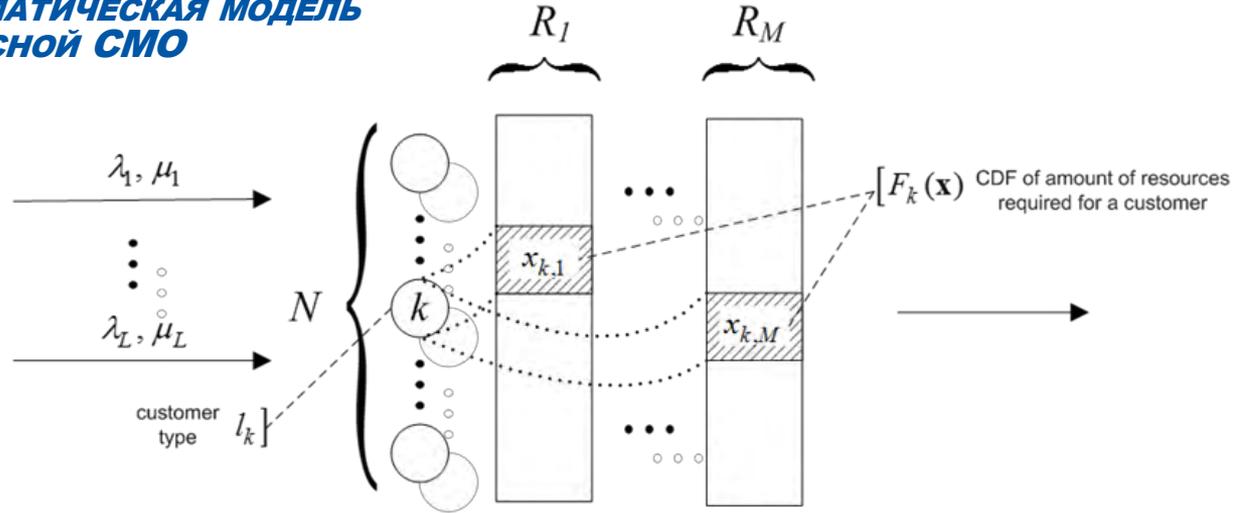
СИСТЕМНАЯ МОДЕЛЬ ВЫДЕЛЕНИЯ ПОЛЬЗОВАТЕЛЯМ РАДИОРЕСУРСОВ СЛУЧАЙНОГО ОБЪЕМА



G_U, G_D – скорость передачи в восходящем (Uplink) и нисходящем (Downlink) каналах
 V_U, V_D – случайное число ресурсных блоков, требуемых для передачи данных пользователя

СЦЕНАРИЙ 1. БАЗОВАЯ МОДЕЛЬ РЕСУРСНОЙ СМО

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЕСУРСНОЙ СМО

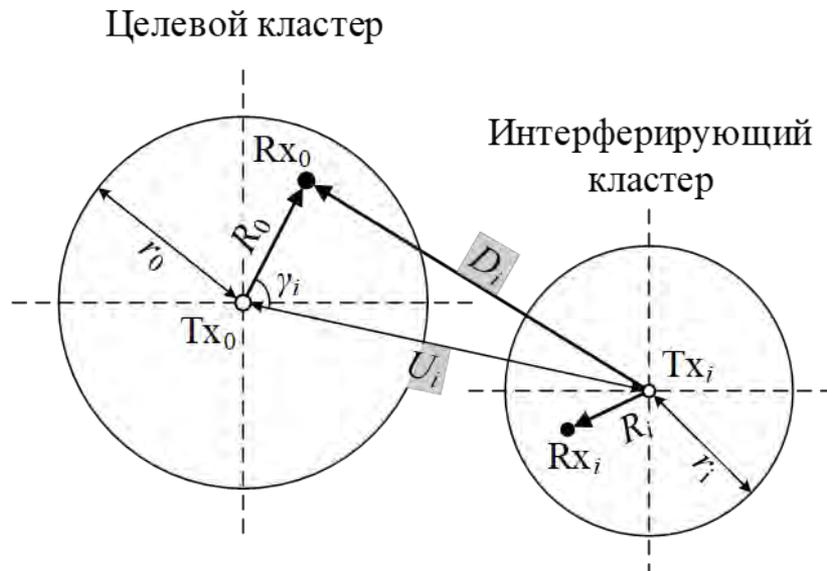


$$P_{\mathbf{n}}(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_K) = \frac{1}{G} \prod_{k=1}^K \frac{\rho_k^{n_k}}{n_k!} F_k^{*n_k}(\mathbf{x}_k), \quad (\mathbf{n}, \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_K) \in \mathcal{X},$$

$$G = \sum_{n_1 + \dots + n_K \leq S} (F_1^{*n_1} * \dots * F_K^{*n_K})(\mathbf{R}) \frac{\rho_1^{n_1} \dots \rho_K^{n_K}}{n_1! \dots n_K!}$$

СЦЕНАРИЙ 1. БАЗОВАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ БЕСПРОВОДНЫХ УСТРОЙСТВ

СИСТЕМНАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ИНТЕРФЕРИРУЮЩИХ УСТРОЙСТВ



Искомой характеристикой является отношение сигнал-интерференция

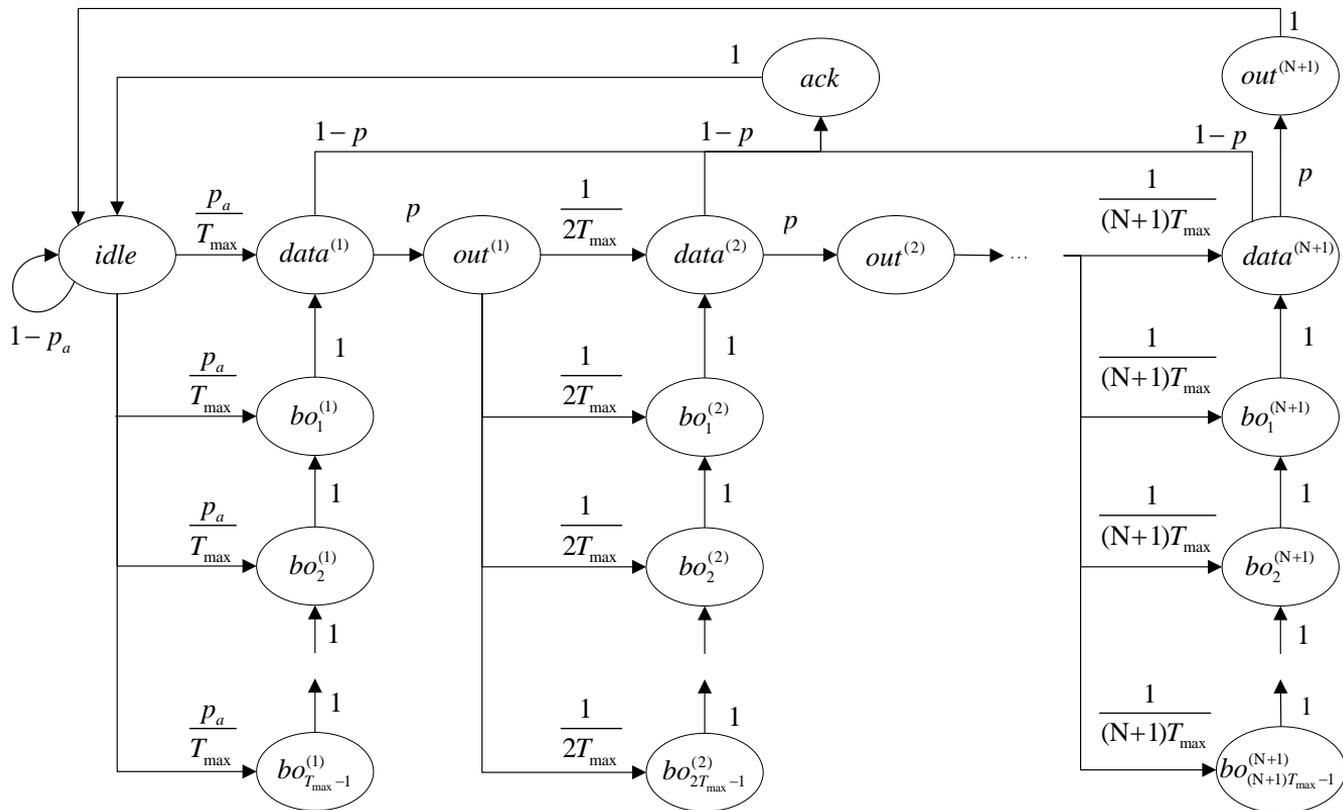
$$SIR = \left(\frac{D_1}{R_0} \right)^\alpha$$

Совместная плотность распределения с.в. D и R

$$W_{\xi_1, \eta_1}(y_1, y_2) = \sum_{i=1}^2 \int_{\xi_{1i}}^{\xi_{2i}} \frac{w_{\xi_1, \xi_2, \xi_3}(y_1, \varphi_1(y_1, y_2, y_3), y_3) \cdot y_2}{\sqrt{y_2^2 - y_1^2 + y_1^2 \cos^2(y_3)}} dy_3$$

$$E[SIR] = \int_{0 \leq y_1 \leq r_0} \int_{y_{220}} \left(\frac{y_2}{y_1} \right)^\alpha W_{\xi_1, \eta_1}(y_1, y_2) dy_2 dy_1$$

СЦЕНАРИЙ 2. МОДЕЛЬ ЦЕПИ МАРКОВА

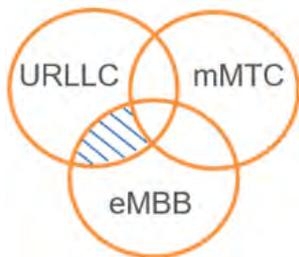


СЦЕНАРИЙ 3. ПРИОРИТИЗАЦИЯ УСЛУГ В СЕТЯХ 2030

СЦЕНАРИИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СЕТЕЙ 5G

URLLC – сверхнадежная связь с малой задержкой, приоритетный узкополосный трафик

eMBB – улучшенная широкополосная мобильная связь, широкополосный трафик

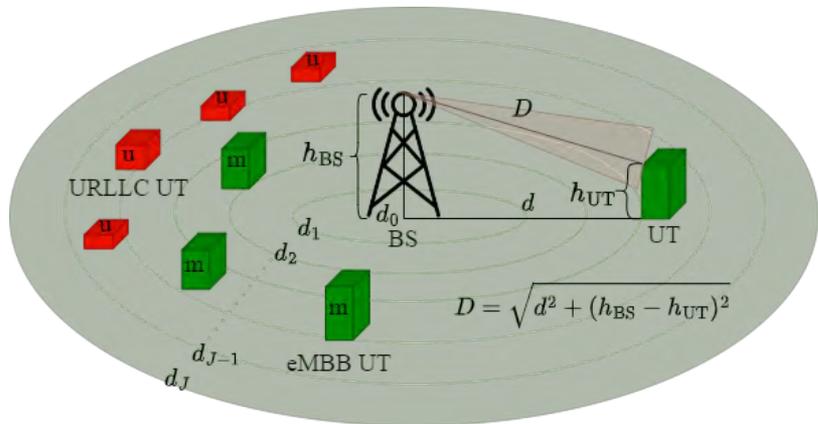


Влияние приоритизации на широкополосный трафик

	Допускает задержку	Не допускает задержку
Снижение скорости	Доступ к доп. материалам ①	Прямая трансляция ③
Прерывание обслуживания	Доступ к доп. материалам ②	

СЦЕНАРИЙ 3. ПРИОРИТИЗАЦИЯ УСЛУГ В СЕТЯХ 2030

ЗАТУХАНИЕ СИГНАЛА [3GPP TR 38.901]



ЗАВИСИМОЕ ЗАНЯТИЕ РЕСУРСА

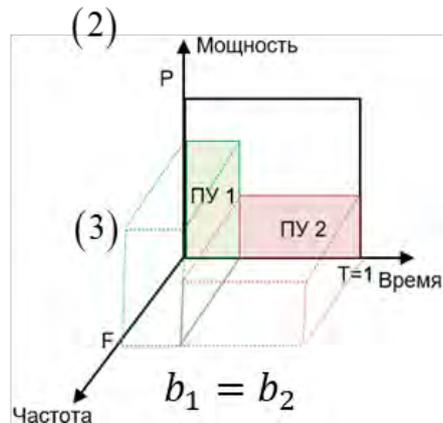
Требование к ресурсу

$$\mathbf{y} = (y_f, y_t, y_p),$$

$$y_f \in [0, F], y_t \in [0, 1], y_p \in [0, P]$$

Скорость

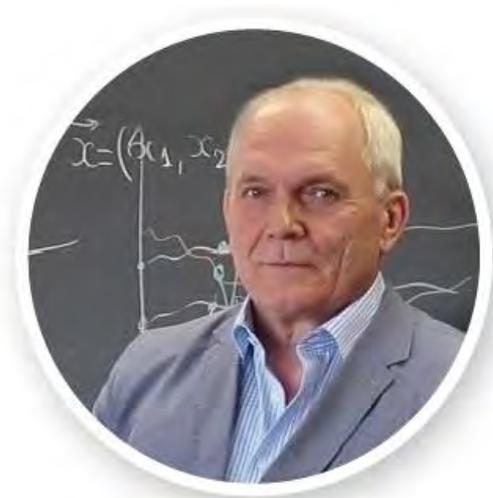
$$b = y_t y_f \log_2 \left(1 + y_p \frac{P_t G_t G_r}{PL(N_0 + I_0)} \right)$$



ТЕКУЩИЕ ПРОЕКТЫ

- РФФ 22-79-10128 “Алгоритмы и модели обеспечения показателей качества обслуживания в беспроводных гетерогенных сетях шестого поколения”. 2022-н.в.
- РФФ 22-79-10053 “Разработка моделей и алгоритмов обслуживания критичного к задержке и надежности доставки трафика в сценариях промышленной автоматизации на основе беспроводных систем 5G+”. 2022-н.в.
- РФФ 23-79-01140 “Разработка моделей и методов управления диспетчеризацией трафика в сетях пятого и шестого поколения на основе архитектуры совмещенного доступа и транспорта”. 2023-н.в.
- РФФ 23-79-10084 “Математические модели и практические алгоритмы повышения энергоэффективности в гетерогенных миллиметровых и терагерцевых сетях пятого и шестого поколения (5G/6G)”. 2023-н.в.
- РФФ 24-19-00804 “Исследование возраста информации в задачах обеспечения качества предоставления услуг URLLC и mMTC в беспроводных сетях 5G”. 2024-н.в.
- РФФ 21-79-10139 “Модели и алгоритмы технологий радиодоступа мобильных сетей 6G терагерцевого диапазона частот”. 2021-2024

ИНСТИТУТ КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ РУДН



**Константин Евгеньевич
Самуйлов**

- Доктор технических наук, профессор, директор Института компьютерных наук и телекоммуникаций, заведующий кафедрой теории вероятностей и кибербезопасности РУДН
- звание «Почетный работник высшего профессионального образования РФ», почетная грамота Министерства образования и науки РФ, почетная грамота Президиума ВАК, юбилейные знаки «100 лет ВЧК-КГБ-ФСБ» и «100 лет специальному отделу при ВЧК», лауреат премии РУДН в области науки и инноваций, заслуженный профессор РУДН